

Chapitre 5 : Angles et Triangles

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

1 Angles

2 Triangles

1 Angles

2 Triangles

I - Angles :

I - Angles :

Activité :

I - Angles :

Activité :

Construire les angles suivants :

$$\widehat{ABC} = 30^\circ \quad ; \quad \widehat{EFG} = 75^\circ \quad ; \quad \widehat{MNK} = 140^\circ$$

1) - Définitions :

1) - Définitions :

Définition :

1) - Définitions :

Définition :

Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine.

1) - Définitions :

Définition :

Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine.

- Les demi-droites s'appellent **les cotés** de l'angle.

1) - Définitions :

Définition :

Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine.

- Les demi-droites s'appellent **les cotés** de l'angle.
- L'origine commun s'appelle **le sommet** de l'angle.

1) - Définitions :

Définition :

Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine.

- Les demi-droites s'appellent **les cotés** de l'angle.
- L'origine commun s'appelle **le sommet** de l'angle.

Notation :

1) - Définitions :

Définition :

Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine.

- Les demi-droites s'appellent **les cotés** de l'angle.
- L'origine commun s'appelle **le sommet** de l'angle.

Notation :

On note un angle à l'aide de trois lettres surmontées d'un chapeau. La lettre centrale indique toujours le sommet.

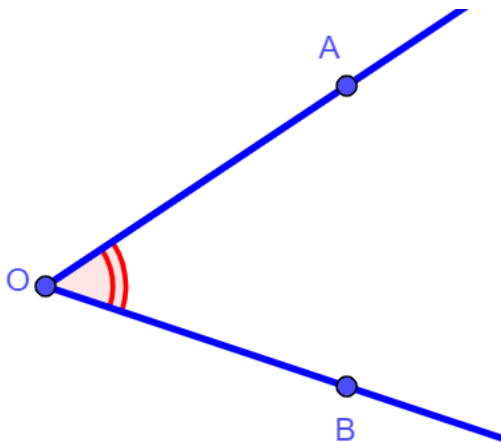
Exemple :

Exemple :

On considère l'angle suivant :

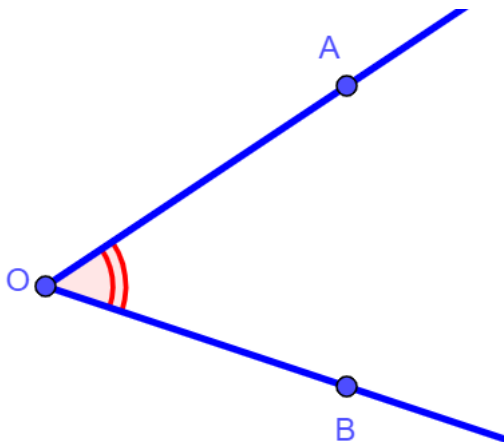
Exemple :

On considère l'angle suivant :



Exemple :

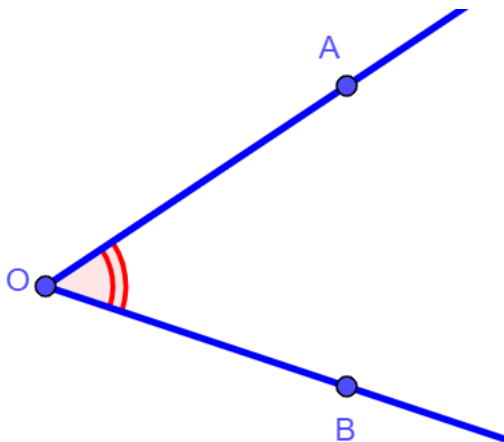
On considère l'angle suivant :



- Cet angle est noté $A\hat{O}B$

Exemple :

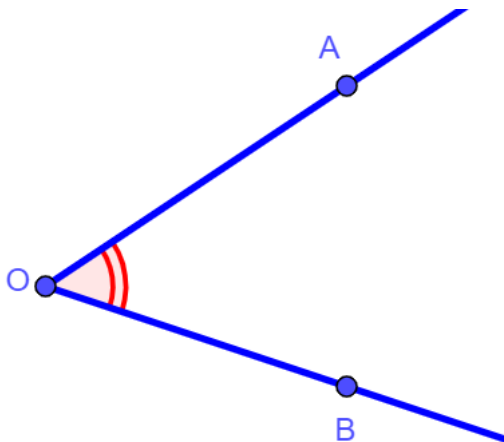
On considère l'angle suivant :



- Cet angle est noté $A\hat{O}B$
- Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$ sont les cotés de l'angle $A\hat{O}B$.

Exemple :

On considère l'angle suivant :



- Cet angle est noté $A\hat{O}B$
- Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$ sont les cotés de l'angle $A\hat{O}B$.
- Le point O est le sommet de $A\hat{O}B$.

Remarque :

Remarque :

- Pour mesurer un angle on utilise **le rapporteur**.

Remarque :

- Pour mesurer un angle on utilise **le rapporteur**.
- L'unité de mesure des angles est **le degré**.

Remarque :

- Pour mesurer un angle on utilise **le rapporteur**.
- L'unité de mesure des angles est **le degré**.


Application :

à l'aide du rapporteur, construire les angles suivants :


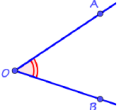
$$\widehat{AOB} = 35^\circ \quad ; \quad \widehat{EFG} = 72^\circ \quad ; \quad \widehat{M\hat{N}K} = 90^\circ \quad ; \quad \widehat{P\hat{S}T} = 145^\circ \quad ;$$

2) - Les différents types d'angles :


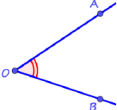
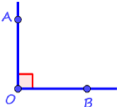
2) - Les différents types d'angles :

Angle	Figure	Définition
Nul		L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0° .


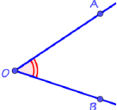
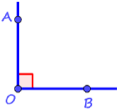
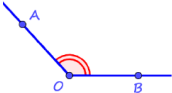
2) - Les différents types d'angles :

Angle	Figure	Définition
Nul		L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0° .
Aigu		L'angle aigu est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0° et 90° .


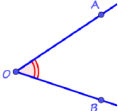
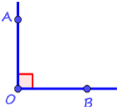
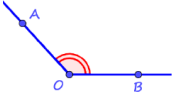

2) - Les différents types d'angles :

Angle	Figure	Définition
Nul		L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0° .
Aigu		L'angle aigu est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0° et 90° .
Droit		L'angle droit est un angle dont la mesure est égale à 90° .


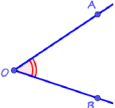
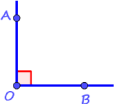
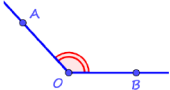


2) - Les différents types d'angles :

Angle	Figure	Définition
Nul		L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0° .
Aigu		L'angle aigu est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0° et 90° .
Droit		L'angle droit est un angle dont la mesure est égale à 90° .
Obtus		L'angle obtus est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 90° et 180° .

2) - Les différents types d'angles :

Angle	Figure	Définition
Nul		L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0° .
Aigu		L'angle aigu est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0° et 90° .
Droit		L'angle droit est un angle dont la mesure est égale à 90° .
Obtus		L'angle obtus est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 90° et 180° .
Plat		L'angle plat est un angle dont la mesure est égale à 180° .

2) - Les différents types d'angles :

Angle	Figure	Définition
Nul		L'angle nul est un angle dont la mesure est égale à 0° .
Aigu		L'angle aigu est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0° et 90° .
Droit		L'angle droit est un angle dont la mesure est égale à 90° .
Obtus		L'angle obtus est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 90° et 180° .
Plat		L'angle plat est un angle dont la mesure est égale à 180° .
Plein		L'angle plein est un angle dont la mesure est égale à 360° .

3) - Relation entre deux angles :

3) - Relation entre deux angles :

Activité :

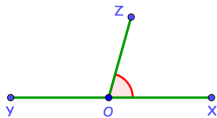
3) - Relation entre deux angles :

Activité :

- 1 Tracer un triangle ABC rectangle en A puis mesure les angles \widehat{ABC} et \widehat{BCA}
- 2 Sara affirme que tous les élèves de la classe ne trouveront pas nécessairement les mêmes mesures mais qu'il y a quand même une relation entre ces deux mesures. Laquelle ? justifier votre réponse ?

Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BCA} sont dits complémentaires

- 3 Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BCA} sont-ils complémentaires ?
- 4 Mesure l'angle \widehat{ZOX} et déduis la mesure de \widehat{YOZ} (Sans utiliser le rapporteur)



Les angles \widehat{ZOX} et \widehat{YOZ} sont dits supplémentaires

a) - Angles Complémentaires :

a) - Angles Complémentaires :

Définition :

a) - Angles Complémentaires :

Définition :

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 90° .

a) - Angles Complémentaires :

Définition :

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 90° .

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 25^\circ$ et $\widehat{EFG} = 65^\circ$

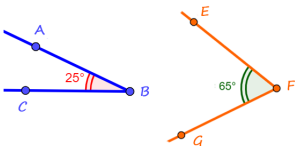
a) - Angles Complémentaires :

Définition :

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 90° .

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 25^\circ$ et $\widehat{EFG} = 65^\circ$



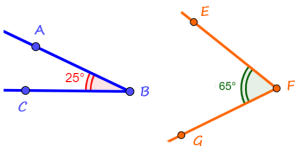
a) - Angles Complémentaires :

Définition :

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 90° .

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 25^\circ$ et $\widehat{EFG} = 65^\circ$



On a : $\widehat{ABC} + \widehat{EFG} = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$, donc \widehat{ABC} et \widehat{EFG} sont deux angles complémentaires.

b) - Angles Supplémentaires :

b) - Angles Supplémentaires :

Définition :

b) - Angles Supplémentaires :

Définition :

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 180° .

b) - Angles Supplémentaires :

Définition :

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 180° .

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 75^\circ$ et $\widehat{EFG} = 105^\circ$

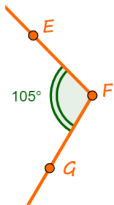
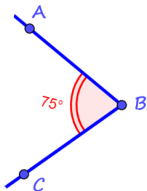
b) - Angles Supplémentaires :

Définition :

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 180° .

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 75^\circ$ et $\widehat{EFG} = 105^\circ$



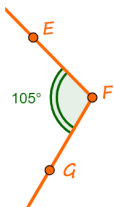
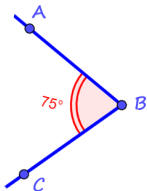
b) - Angles Supplémentaires :

Définition :

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesure est égale 180° .

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 75^\circ$ et $\widehat{EFG} = 105^\circ$



On a : $\widehat{ABC} + \widehat{EFG} = 75^\circ + 105^\circ = 180^\circ$, donc \widehat{ABC} et \widehat{EFG} sont deux angles supplémentaires.

Application :

- ① Soient α et β deux angles complémentaires, déterminer la mesure de β dans chaque cas :

$$\alpha = 2^\circ \quad ; \quad \alpha = 37^\circ \quad ; \quad \alpha = 60^\circ$$

- ② Soient λ et θ deux angles supplémentaires, déterminer la mesure de θ dans chaque cas :

$$\lambda = 120^\circ \quad ; \quad \lambda = 92^\circ \quad ; \quad \lambda = 56^\circ$$

c) - Angles adjacents :

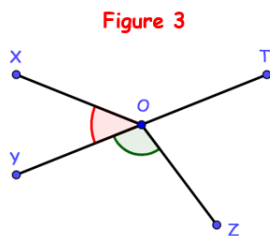
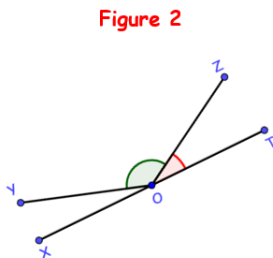
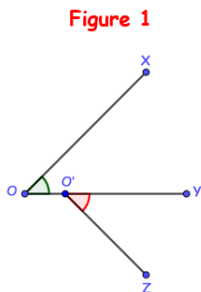
c) - Angles adjacents :

Activité :

c) - Angles adjacents :

Activité :

Dans les figures 2 et 3, les angles rouge et vert sont dits adjacents. Ce n'est pas le cas pour la figure 1. À partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont adjacents.



Définition :

Définition :

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont :

- Le même sommet ;
- Un coté commun ;
- Sont situés de part et d'autre de ce coté commun.

Définition :

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont :

- Le même sommet ;
- Un coté commun ;
- Sont situés de part et d'autre de ce coté commun.

Exemple :

Soient $\widehat{A\hat{O}B}$ et $\widehat{B\hat{O}C}$ deux angles adjacents :

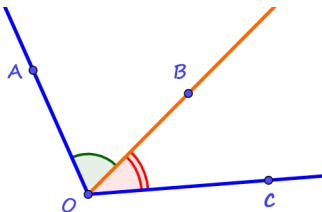
Définition :

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont :

- Le même sommet ;
- Un coté commun ;
- Sont situés de part et d'autre de ce coté commun.

Exemple :

Soient \widehat{AOB} et \widehat{BOC} deux angles adjacents :



d) - Angles isométriques :

d) - Angles isométriques :

Définition :

d) - Angles isométriques :

Définition :

Deux angles isométriques sont deux angles de même mesure.

d) - Angles isométriques :

Définition :

Deux angles isométriques sont deux angles de même mesure.

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 60^\circ$ et $\widehat{EFG} = 60^\circ$

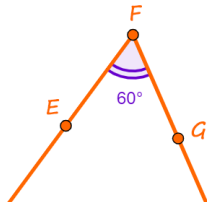
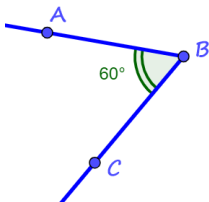
d) - Angles isométriques :

Définition :

Deux angles isométriques sont deux angles de même mesure.

Exemple :

Soient \widehat{ABC} et \widehat{EFG} deux angles tels que : $\widehat{ABC} = 60^\circ$ et $\widehat{EFG} = 60^\circ$



Application :

Application :

- 1 Construis deux angles complémentaires adjacents dont l'un mesure 51°
- 2 Construis deux angles supplémentaires adjacents dont l'un mesure 43°

e) - Angles opposés par le sommet :

e) - Angles opposés par le sommet :

Définition :

e) - Angles opposés par le sommet :

Définition :

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et leurs cotés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

e) - Angles opposés par le sommet :

Définition :

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et leurs cotés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :

On considère la figure suivante :

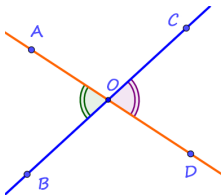
e) - Angles opposés par le sommet :

Définition :

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et leurs cotés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :

On considère la figure suivante :



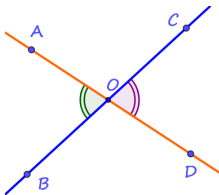
e) - Angles opposés par le sommet :

Définition :

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et leurs cotés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :

On considère la figure suivante :



Propriété :

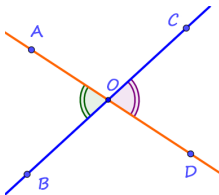
e) - Angles opposés par le sommet :

Définition :

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et leurs cotés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :

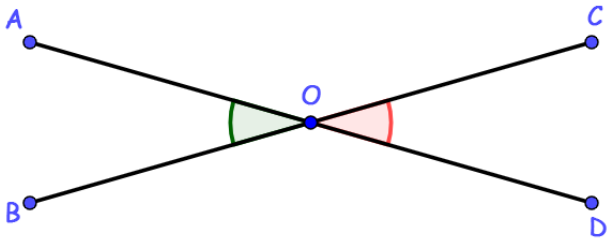
On considère la figure suivante :



Propriété :

Deux angles opposés par le sommet sont isométriques.

Application :

Application :

Sachant que $\widehat{AOB} = 60^\circ$, calculer la mesure de l'angle \widehat{COD} .

4) - Bissectrice d'un angle :

4) - Bissectrice d'un angle :

Activité :

4) - Bissectrice d'un angle :

Activité :

- 1 Tracer la bissectrice $[OM)$ de l'angle \widehat{AOB} .
- 2 Tracer H le projeté orthogonal de M sur (OA) .
- 3 Tracer K le projeté orthogonal de M sur (OB) .
- 4 Calculer MH et MK . que peut-on déduire ?

Définition :

Définition :

La bissectrice d'un angle est une demi-droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

Définition :

La bissectrice d'un angle est une demi-droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

Exemple :

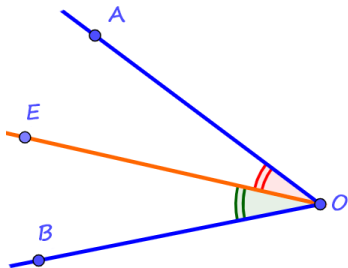
Soit \widehat{AOB} un angle et $[OE)$ sa bissectrice :

Définition :

La bissectrice d'un angle est une demi-droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

Exemple :

Soit \widehat{AOB} un angle et $[OE)$ sa bissectrice :



Propriété :

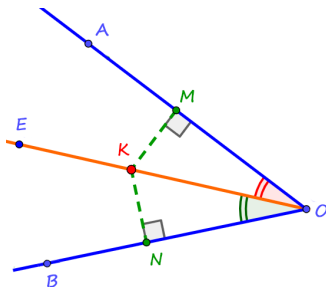
Propriété :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

Propriété :

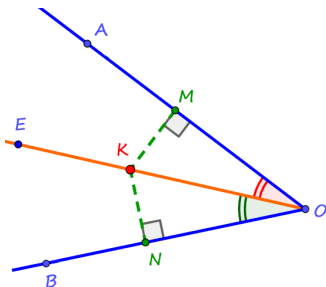
Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

Exemple :



Propriété :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

Exemple :

Puisque K appartient à la bissectrice de \widehat{AOB} , donc : $KM = KN$

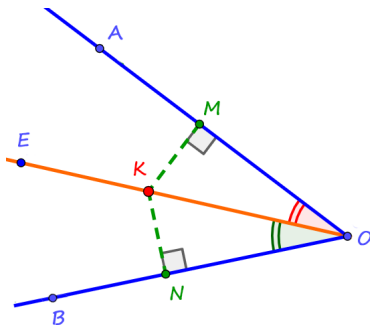
Propriété : (Réciproque) :

Propriété : (Réciproque) :

Si un point est équidistant des cotés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

Propriété : (Réciproque) :

Si un point est équidistant des cotés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

Exemple :

$KM = KN$ donc K appartient à la bissectrice de cet angle.

Application 1 :

Soit \widehat{AOB} un angle et soit $[OE)$ sa bissectrice tel que :
 $\widehat{AOB} = 100^\circ$

- 1 Construis $[OF)$ la bissectrice de l'angle \widehat{EOB} .
- 2 Calculer en justifiant votre réponse la mesure des angles suivants :

$$\widehat{AOE} \quad ; \quad \widehat{AOF} \quad ; \quad \widehat{EOF}$$

Application 2 :

Soit \widehat{XOY} un angle et soit P un point appartient à sa bissectrice.

- A est le projeté orthogonal de P sur $[OX)$.
- B est le projeté orthogonal de P sur $[OY)$.

Montrer que le triangle PAB est isocèle.

1 Angles

2 Triangles

II - Triangles :

II - Triangles :

1) - Triangle isocèle :

II - Triangles :

1) - Triangle isocèle :

Activité :

II - Triangles :

1) - Triangle isocèle :

Activité :

- 1 Construis un triangle isocèle ABC en A .
- 2 Mesure les angles à la base du triangle ABC . Que remarquez-vous ?

Définition :

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux cotés de même longueur.

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux cotés de même longueur.

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux cotés de même longueur.

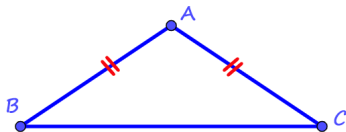
Exemple :

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux cotés de même longueur.

Exemple :

Soit ABC un triangle isocèle :

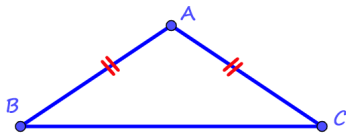


Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux cotés de même longueur.

Exemple :

Soit ABC un triangle isocèle :



- On dit que ABC est isocèle en A .
- A est appelé le sommet principal du triangle isocèle.
- $[BC]$ est appelé la base du triangle isocèle.

Propriété :

Propriété :

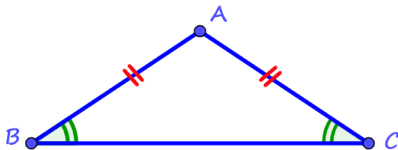
Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure (isométriques).

Propriété :

Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure (isométriques).

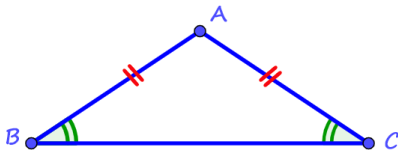
Propriété :

Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure (isométriques).



Propriété :

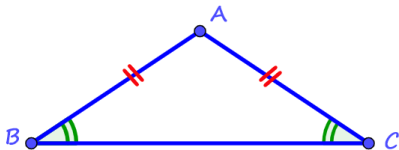
Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure (isométriques).



On a : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Propriété :

Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure (isométriques).



On a : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Application :

Construire le triangle ABC isocèle en A tel que :

$$AC = 4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad BC = 6 \text{ cm}$$

2) - Triangle équilatéral :

2) - Triangle équilatéral :

Activité :

2) - Triangle équilatéral :

Activité :

- 1 Construis un triangle équilatéral ABC en A .
- 2 Compare les angles de ce triangle.
- 3 Détermine la mesure de chaque angle.

Définition :

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois cotés de même longueur.

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois cotés de même longueur.

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois cotés de même longueur.

Exemple :

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois cotés de même longueur.

Exemple :

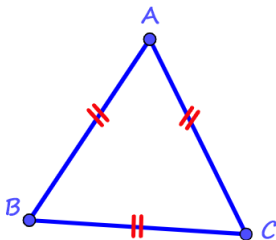
Soit ABC un triangle équilatéral :

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois cotés de même longueur.

Exemple :

Soit ABC un triangle équilatéral :



Propriété :

Propriété :

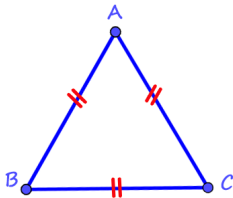
Dans un triangle équilatéral, tous les angles ont la même mesure 60° .

Propriété :

Dans un triangle équilatéral, tous les angles ont la même mesure 60° .

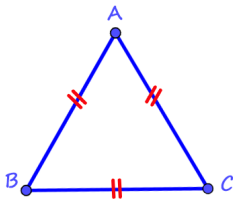
Propriété :

Dans un triangle équilatéral, tous les angles ont la même mesure 60° .



Propriété :

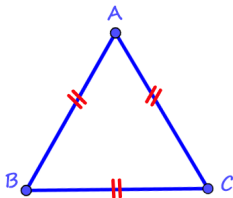
Dans un triangle équilatéral, tous les angles ont la même mesure 60° .



On a : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$

Propriété :

Dans un triangle équilatéral, tous les angles ont la même mesure 60° .



On a : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$

Application :

Construire le triangle équilatéral EFG tel que : $EF = 5 \text{ cm}$

3) - Triangle rectangle :

3) - Triangle rectangle :

Activité :

3) - Triangle rectangle :

Activité :

Construis un triangle ABC rectangle en A .

Définition :

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux cotés perpendiculaires.

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux cotés perpendiculaires.

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux cotés perpendiculaires.

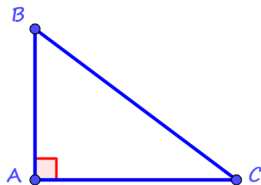
Exemple :

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux cotés perpendiculaires.

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle :

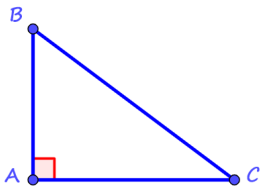


Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux cotés perpendiculaires.

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle :



- On dit que ABC est rectangle en A .
- Le coté $[BC]$ est appelé **l'hypoténuse** du triangle rectangle.

4) - Propriétés :

4) - Propriétés :

Propriété 1 :

4) - Propriétés :

Propriété 1 :

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale 180° .

4) - Propriétés :

Propriété 1 :

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale 180° .

4) - Propriétés :

Propriété 1 :

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale 180° .

Exemple :

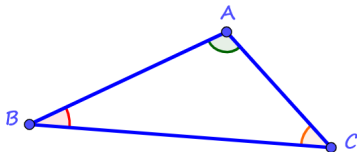
4) - Propriétés :

Propriété 1 :

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale 180° .

Exemple :

Soit ABC un triangle :



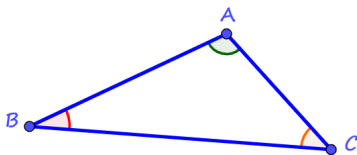
4) - Propriétés :

Propriété 1 :

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale 180° .

Exemple :

Soit ABC un triangle :



On a : $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$

Propriété 2 : (Inégalité Triangulaire) :

Propriété 2 : (Inégalité Triangulaire) :

Dans un triangle, la longueur de chaque coté est inférieur à la somme des longueurs des deux autres cotés .

Propriété 2 : (Inégalité Triangulaire) :

Dans un triangle, la longueur de chaque coté est inférieur à la somme des longueurs des deux autres cotés .

Propriété 2 : (Inégalité Triangulaire) :

Dans un triangle, la longueur de chaque coté est inférieur à la somme des longueurs des deux autres cotés .

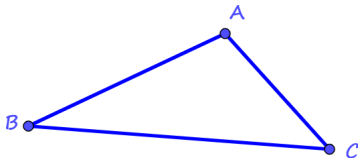
Exemple :

Propriété 2 : (Inégalité Triangulaire) :

Dans un triangle, la longueur de chaque coté est inférieur à la somme des longueurs des deux autres cotés .

Exemple :

Soit ABC un triangle :

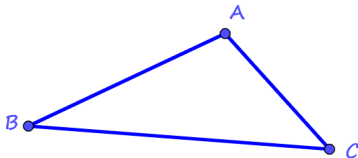


Propriété 2 : (Inégalité Triangulaire) :

Dans un triangle, la longueur de chaque coté est inférieur à la somme des longueurs des deux autres cotés .

Exemple :

Soit ABC un triangle :



$$\text{On a : } \begin{cases} AB < AC + BC \\ AC < AB + BC \\ BC < AB + AC \end{cases}$$

Application :

Peut-on tracer les triangles suivantes :

① $AB = 8\text{ cm}$; $AC = 7\text{ cm}$; $BC = 13\text{ cm}$

② $EF = 2\text{ cm}$; $EG = 3\text{ cm}$; $FG = 6\text{ cm}$

③ $KM = 6\text{ cm}$; $KL = 8\text{ cm}$; $LM = 10\text{ cm}$